МАТЕМАТИКА

ПРОЕКТНА ЗАДАЧА
ИЗВЕШТАЈ ОД ЕМПИРИСКО ИСТРАЖУВАЊЕ

Менторот проф. Наташа Поповски ја следеше работата на кандидатот Ана Пепељугоска во текот на нејзината подготовка водејќи сметка за:

- самостојноста на кандидатот при **изборот на темата** на истражување;
- јасноста на дефинираните **цели** на темата;
- квалитетото на изготвениот **план** на истражување;
- упатеноста на ученикот во потребите од конкретна **литература** и други извори на информации;
- соодветноста и самостојноста при изборот на **методите и инструментите** за истражување.

Менторот утврди:

Во ф**азата на подготовка** на оваа проектна задача, кандидатот ги почитувал сите етапи предвидени со Испитната програма за проектна задача (види стр. 14), што е многу значајно за тој да може да пристапи кон истражувањето.

Пред сѐ, во оваа фаза ученичката Ана размислувала околу изборот на темата на истражување. Нејзиниот интерес и афинитет кон геометријата, поточно кон одредување периметар и плоштина на рамнински фигури, како и новите сознанија што таа ги стекна за елементи од аналитичка геометрија (со која таа прв пат се сретна сега) ја навеле да размислува за периметар на кружница и елипса како затворени криви линии. Таа од порано имаше претстава за постапката за одредување периметар на кружница и добила идеја да истражува како да пресмета периметар на елипса. Консулчтирала повеќе учебници по аналитичка геометрија, потоа учебници по геометрија во кои се обработува периметар и плоштина на рамнински фигури и ми го соопшти своето сознание дека не наишла на точна формула за пресметување периметар на елипса, туку дека низ вековите научниците доаѓале до различни формули но со сите тие формули се одредува само приближна вредност на периметар на елипса. Тогаш ученичката Ана ми соопшти дека ова прашање ќе го истражува, односно дека темата **Периметар на елипса** ќе биде ***истражувачкото прашање.*** На тој начин Ана **самостојно ја избра темата за истражување.** Да напоменам дека самостојноста во изборот на темата е особено важно поради тоа што претходно Ана го проучуваше проблемот и сознанијата до кои дојде ја поттикнаа да истражува натаму, а, од друга страна, тоа ќе ѝ помогне полесно да ја постави својата хипотеза на истражувањето.

По изборот на темата Ана ги дефинира следните цели на истражувањето:

♦ да ги собере сите релевантни формули за пресметување периметар на елипса;

♦ да се тестираат сите прибрани формули за пресметување периметар на елипса, за елипси со различен ексцентрицитет;

♦да се анализираат добиените резултати и да се одреди моделот на елипса чиј периметар е со најголема точност.

Вака формулираните цели оценив дека се јасни и недвосмислени кои можат да доведат до нов квалитет што би било и одговор на љубопитноста на Ана.

По овие две етапи во фазата на подготовката, по неколку дена кандидатот ми соопшти дека изготвила темелен и детален план за тоа како ќе го изведе истражувањето. Имено, Ана ми даде преглед на литературата што ќе ја користи за ова истражување и кус осврт за изборот на секоја единица од тој преглед. Притоа Ана сметаше дека многу е важен распоредот на активностите што го направила за поефикасно и посоодветно да ги избере и користи методите и техниките на истражувањето. Секако, дека **ја пофалив инвентивноста на Ана при изборот на литературата**. Имав предвид дека е можно на Ана да ѝ бидат од корист и некои единици од мојата библиотека, така што ѝ понудив преглед на тие единици, а Ана да оцени дали и што од тоа би користела. Ана ми соопшти дека почетни насоки за литература нашла во учебникот по математика за III година, што го користела. При пребарувањето на Интернет Ана рече дека ги користела референците *периметар на елипса, должина на елипса, елипса, периметер; ленгтх; цирцумференце оф еллипсе* и дека нашла триесетина документи, а се определила ефективно да испитува 14 документи, затоа што смета дека со нив најточно и најефикасно ќе ги постигне поставените цели. Исто така, оцени дека ако испитувањето го прошири на сите триесетина документи ќе дојде до повторувања и оптоварување на постапката на истражување. Не почувствував потреба за дополнителни сугестии и насоки на Ана во поглед на барање литература, затоа што таа навистина **темелно и осознаено ја избрала потребната литература и другите извори на знаења**.

Во изборот на методите и инструментите што Ана ги користи во истражувањето се раководи од сознанијата и искуствата што ги имала. Ги избра оние методи што се засниваа на емпириската теорија, на анализите на добиените податоци и на податоци од други истражувања. Од особена важност е примената на индуктивниот метод на заклучување после извршените проверки (пресметки) за точноста (осетливоста) на формулите за пресметување периметар на елипса. Ана го користи споредбениот метод за добивање најпрецизни резултати во анализата на формулите, последователно во неколку различни случаи. Исто така Ана одреди што точно треба да се истражи и докаже во натамошната разработка, што да прикаже со табели и дијаграми, за да може поедноставно да ги интерпретира и искоментира резултатите, да ги изведе заклучоците до кои дошла при емпириското истражување.

Оценив дека Ана направила **одличен избор на методите и техниките на истражувањето**, без притоа да бара помош и сугестии од менторот.

Вовед во емпириското истражување

Во ова емпириско истражување се дефинираше темата, се изработи план на истражувањето и се премина кон собирање на податоци. По процената дека собраните податоци се во задоволителен обем, се утврдија постапките и техниките за спроведување на истражувањето. По завршувањето на истражувањето се пристапи кон изведување на заклучоци.

Проучувањето, односно истражувањето кое е извршено на оваа тема е со цел да се провери веќе докажана вистина од областа на аналитичката геометрија. Причината за проучување токму на начините и методите за пресметување на периметар на елипса, се согледува во непостоењето на конкретна формула за пресметување на истиот. При истражувањата изведувани низ историјата, се дошло до повеќе видови на формули со кои може да се пресмета периметарот на елипса, но сите тие имаат некои свои недостатоци.

Хипотеза

Пресметувањето на периметарот на елипсата може да се врши со повеќе вида на формули. Точноста на резултатите кои се добиваат со користењето на тие формули зависи од нумеричкиот ексцентрицитет на елипсата, односно од должините на малата и големата полуоска на елипсата чиј периметар го пресметуваме.

Цели на истражувањето:

- да се направи увид во теориските поставки, да се соберат сите релевантни формули кои се однесуваат за пресметување на периметарот на елипсата;
- да се направи проверката, односно тестирање на определен дел од формулите за пресметување на периметар на елипса, при што ќе се пресметува периметар на елипси со различни нумерички ексцентрицитет;
- да се изврши анализа на добиените резултати, односно да се испита моделот кој дава најголема точност за секој од разгледуваните случаи.

План, постапки и техники на истражувањето

Поаѓајќи од фактот дека нема конкретна формула за пресметување на периметарот, при изготвување на планот на истражувањето прво се распоредени активностите околу пронаоѓање на соодветна литература и досегашните истражувања. Почетните насоки се утврдени според Учебникот по математика за 3-та година гимназиско образование од авторите Боривоје Миладиновиќ и Никола Петрески. Понатаму, во рамките на проблемот за собирање литература, ќе пристапам кон пребарување на Интернет. Почетната референца за изнаоѓање на релевантните податоци е изразот "периметар на елипса".

Под овој израз на Интернет се пласирани многубројни трудови, истражувања, реферати, поставки, докази и сл. Разгледувајќи ги почетните и основните 30 документи, се одлучив да изберам околу 14 за кои сметам дека најмногу ќе помогнат да се докаже поставената хипотеза.

При анализата на резултатите добиени од формулите, ќе изработам табели и бар дијаграми, со цел визуелно да се согледа која од овие формули има најмали отстапувања во однос на вистинската вредност на периметарот на елипсата во конкретни примери.

Методите и техниките употребени во ова истражување, пред сè, се засноваат на емпириската историја на математичките анализи, добиените вредности и истражувања. Притоа, прво се прибавени податоци за релевантните истражувања во старите цивилизации, минатото, а, исто така, и за модерните истражувања.

Од постоечката литература, консултирани се, главно, 7 испитаници, кои според мене ги поставуваат основите на теоријата за пресметување на периметарот на елипсата.

Имено, тргнувајќи од теоријата на Рене Декарт (1596 -1650) за "градинарска конструкција" на механички коструираната елипса, во истражувањето се тргна од една од најстарите формули за пресметување од 1609 година од страна Јохан Кемплер.

Уште една постара формула која беше предмет на испитувањето, беше и формулата на Мјиу од 1883 година. На ова се надоврза основната формула за пресметување на периметарот од индискиот математичар С. Раманујан од 1914 година, која на прв поглед не е сложена, но има голема прецизност. Исто така, од голема помош во истражувањето беше и неговата дополнителна формула која датира од истата 1914 година која дава многу точни вредности. Дополнителен придонес даде и формулата на Хадсон од 1917 година која, исто така, дава голема прецизност во пресметките. И

"YNOT формулата" и Ојлеровата формула се употребуваат во ова истражување. За Ојлеровата формула е карактеристично дека е формула која во определени случаи дава забележителни отстапувања во пресметувањето на периметарот на елипсата.

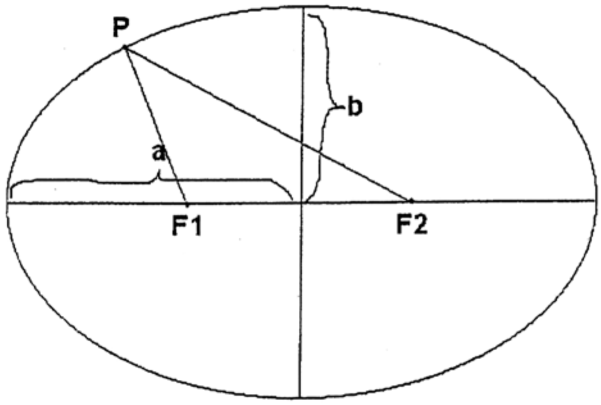
Со индукциски и дедукциски методи се врши замена на определени делови од поставените формули за да се докажат вистините за можна грешка и вистините за точната вредност во пресметките. Се поставуваат 14 релевантни формули со променливи a и b (големата и малата полуоска) за докажување на најмалата грешка во постапката и точноста.

Со споредбени методи се утврдуваат докажаните вистини за отстапувањата во точноста на крајниот резултат. Секоја од 14-те формули споредбено се анализира во четири случаи на елипси со различно избрани голема и мала полуоска, со што се утврдува степенот на отстапување.

Во истражувањето се употребени табели и дијаграми со цел да се забележат отстапувањата на наведените 14 равенки во однос на точната вредност на периметарот на елипсата, пресметана во програмата Mathematica 4.0.

Резултати од истражувањето

Елипса е геометриско место на точки во рамнина чиј збир на растојанијата до две дадени (фиксни) точки F_1 и F_2 (фокуси) од истата рамнина е константен. Така, ако точката P лежи на елипсата, тогаш $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a$. Основни поими кај елипсата се малата и големата оска. Големата оска е отсечка чии крајни точки лежат на елипсата и минува низ фокусите.



Малата оска е отсечка чии крајни точки лежат на елипсата, нормална е на големата оска и минува на средина помеѓу двата фокуси. Малата и големата полуоска се означуваат со b и a, соодветно, и притоа важи неравенството $b \le a$. Уште еден важен број кај елипсата е нумеричкиот ексцентрицитет од којшто зависи формата (сплетканоста) на елипсата. Нумеричкиот ексцентрицитет се означува со ε и се пресметува $\varepsilon = \frac{1}{a}\sqrt{a^2 - b^2}$.

Ексцентрицитетот е број којшто се движи од 0 до 1. Ако $\varepsilon = 0$ тогаш елипсата е круг ($a = b = r$). Ако $\varepsilon = 1$, елипсата е сплескана и претставува отсечка (b=0). Површината на елипса е $P = ab\pi$. Доколку $a = b = r$ елипсата станува круг со површина $P = \pi r^2$.

Тука се поставува прашањето дали периметарот на елипсата може да се пресметува како $L = (a + b)\pi$ .... (1)

така што во случај $a = b = r$ да стане $L = 2r\pi$. Случајот со елипсата го споредуваме со некои околности кај трапезот. Површината на трапезот е еднаква на $P = \frac{(a + b)}{2}h$, каде што a и b се основи, а h е висина на трапезот. Ако $a = b$ тогаш трапезот станува правоаголник со a и b. Така $P = \frac{(a + a)}{2}h = ah$. Ако $b = 0$ тогаш добиваме триаголник чија површина е $P = \frac{(a + 0)}{2}h = \frac{ah}{2}$.

Во двата случаја за двете крајни вредности за b равенката се покажува како точна. Така равенката $L = (a + b)\pi$ дава само приближен резултат. За $b = 0$ добиваме $L = a\pi$ или $L = 3{,}14a$, додека треба да добиеме L=4a. Така горната формула ја губи точноста со намалување на b во однос на a. Формулата (1) ќе биде точна што е помал ексцентрицитетот на елипсата. Така се јавува и една формула на која ставаме коефициент к>1 кој кога ексцентрицитетот е помал е блиску до единица, а како *b* се намалува коефициентот се зголемува. Така равенката го добива обликот:

$$L=(a+b)k\pi \text{ ....(2)}$$

k е коефициент кој зависи од λ. $\lambda=\dfrac{a-b}{a+b}$ и има голема примена во формулите за пресметување на периметарот на елипсата.

Вредностите за к и λ се дадени во табела 1:

λ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
κ	1,0025	1,01	1,0226	1,0404	1,0635	1,0922	1,1269	1,1679	1,2162

Ако за некоја елипса добиеме дека λ не е некоја од зададените вредности, се врши интерполација, а за вредностите на λ надвор од тој опсег се врши екстраполација. Постои и една таканаречена „двојна" формула:

а) ако L=$\dfrac{18a+10b}{15}\pi$

б) ако L=$\dfrac{16a+14b}{15}\pi$ ....(3)

Оваа равенка за $a=b=r$ дава: L=$\dfrac{16a+14a}{15}\pi=2r\pi$, а за b=0 добиваме $\dfrac{18}{15}a\pi=3.77\alpha$ што е подобро во однос на формулата (1).

За $\dfrac{b}{a}=0.5$ и двете формули даваат ист резултат:

$\dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{2}$, $\dfrac{a}{2}=b$, $\dfrac{18a+10b}{15}\pi=\dfrac{16a+14b}{15}\pi$, $18a+5a=16a+7a$, $23a=23a$, $L_1=L_2$.

Наредната формула:

$$L=\frac{\pi}{2}\left[3(a+b)-2\sqrt{ab}\right] \text{ ....(4)}$$

има голема точност за $0.4<\dfrac{b}{a}<1$. Кога $a=b=r$ имаме $L=2r\pi$, а кога *b=0* имаме $L\approx 4.17\alpha$ што е прилично многу и се совпаѓа со тврдењето дека формулата дава точни резултати само во тој определен интервал.

$$L=\left[\frac{a+b}{2}+\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\right]\pi \text{ ....(5)}$$

Оваа равенка претставува уште еден обид за приближно пресметување на периметарот. Кога $a=b=r$ се добива точен резултат $L=2r\pi$ а кога *b*=о добиваме *L*=3,79*a.*

$$L = \pi\sqrt{2(a^2+b^2)-(a-b)^2/2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

Оваа формула често се среќава како едноставно приближување до периметарот. Кога $a = b = r$ се добива точен резултат $L = 2r\pi$ а кога b=0 добиваме $L = 3{,}84a$, што е прилично добро.

$$L = \pi\left[3(a+b) - \sqrt{(3a+b)(a+3b)}\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

Оваа формула датира од 1941 година од индискиот математичар С. Раманујан. На прв поглед не е сложена, но има голема прецизност.

Кога $a = b = r$ добиваме точно $L = 2r\pi$ а кога *b*=0 се добива *L*=3,9833*a*.

Ако го земеме за пример периметарот на Земјиниот меридијан со формулата (7) добиваме грешка од само $1{,}717 \cdot 10^{-12} m$. Оваа формула дава точни вредности за елипси со помал ексцентрицитет, а кога се јавуваат издолжени елипси грешката се зголемува.

Математичарот С. Раманујан има предложено уште една формула од 1914 која дава многу точни вредности. Формулата ја користи вредноста λ и има облик:

$$L = \pi(a+b)\left[1 + \frac{3\lambda^2}{10+\sqrt{4-3\lambda^2}}\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8)$$

Оваа формула дава релативно прецизност од $3{,}946 \cdot 10^{-33}$ за периметар на елипса слична на Земјата или грешка од само $1{,}58 \cdot 10^{-25} m$.

Оваа формула има најголема точност од сите досега спомнати формули за приближно пресметување на периметар на елипса. Формулата (8) за $a = b = r$ дава $L = 2r\pi$ додека за *b*=0 се добива *L*=3.99839*a*, што е одличен резултат.

Уште една доста прецизна формула датира од 1917 година од Хадсон чија прецизност е помеѓу прецизноста на формулите (7) и (8). Ја користи вредноста l, каде

што $l = \frac{\lambda^2}{4} = \frac{(a-b)^2}{4(a+b)^2}$.

Така формулата изгледа:

$$L = \frac{\pi(a+b)}{4}\left[3\cdot(1+l) + \frac{1}{1-l}\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(9)$$

или ако замениме за $l = \frac{\lambda^2}{4}$ добиваме:

$$L = \frac{\pi(a+b)}{4}\left[3\cdot\left(1+\frac{\lambda^2}{4}\right) + \frac{1}{1-\frac{\lambda^2}{4}}\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(9a)$$

Кога $a = b = r$ се добива $L = 2r\pi$, а кога $b = 0$ се добива L=3.99244a, што е исто така одличен резултат.

Следната формула се нарекува "YNOT формула" за пресметување на периметарот на елипсата:

$$L = 4\left(a^y + b^y\right)^{\frac{1}{y}} \ldots\ldots(10)$$

каде што y е константа и нејзината вредност е $y = \dfrac{In(2)}{In\left(\dfrac{\pi}{2}\right)}$, односно y=1,534928536.

За $a = b = r$ се добива, $L = 2r\pi$ а кога b=0 се добива L=4a, што е точен резултат и во двата крајни случаи.

Истата формула може да се запише во облик каде што периметарот ќе зависи од a и нумеричкиот ексцентрицитет ε:

$$L = 4a(1 + (1 - \varepsilon^2)^{\frac{y}{2}})^{\frac{1}{y}} \ldots\ldots(10а)$$

Оваа формула дава релативна грешка до 0,4%.

Една од најстарите формули за пресметување на периметарот на елипса е од 1609 година од страна на Јохан Кеплер. Тој дал предлог дека формулата треба да го има обликот:

$$L = 2\pi\sqrt{ab} \ldots\ldots(11)$$

Од оваа формула за $a = b = r$ се добива $L = 2r\pi$, а L=0!!! за b=0. Така, за рамна елипса грешката е дури 100%.

Ојлер има предложено, исто така, едноставна формула:

$$L = \pi\sqrt{2\left(a^2 + b^2\right)} \ldots\ldots(12)$$

Кога $a = b = r$ се добива $L = 2r\pi$, а кога b=0 се добива L=4,44a. Оваа формула се среќава често во текстовите за пресметување на периметар на елипса.

Уште една постара формула е формулата на Мјиу од 1883:

$$L = 2\pi\left[\frac{(a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}})}{2}\right]^{\frac{2}{3}} \ldots\ldots(13)$$

За $a = b = r$ се добива $L = 2r\pi$, а за b=0 L=3,95a.

Сите тринаесет формули што ги разгледавме досега даваат приближно точни резултати при пресметувањето на периметар на елипса. Точната вредност се пресметува по формулата за пресметување на должина на крива линија на некој интервал во правоаголен координатен систем $L=\int_0^{2\pi}\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}dt$. Бидејќи координатите на елипсате во правоаголен координатен систем се $(a\sin\theta, b\cos\theta)$ имаме:

$$L=\int_0^{2\pi}\sqrt{\left(a^2\cos^2 t+b^2\sin^2 t\right)}dt, \qquad L=4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\left(a^2\cos^2 t+b^2\sin^2 t\right)}dt$$

Со користење на тригонометрискиот идентитет $cos^2t=1-sin^2t$ и со смената за $e^2a^2=a^2-b^2$ се добива $L=4a\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\left(1-\varepsilon^2\sin^2 t\right)}dt$.

Овој интеграл се нарекува „целосен елиптичен интеграл од втор вид“. Вредноста на овој интеграл може да се добие само нумерички (со пресметување) за веќе зададени вредности. Едниот начин е со користење на $\lambda=\frac{a-b}{a+b}$ и бесконечен ред. Така имаме:

$$L=\pi(a+b)\left(1+\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(2n-2)!}{(n!\cdot(n-1)!\cdot 2^{2n-1})}\right]^2\cdot\lambda^{2n}\right)$$

или: $$L=\pi(a+b)\left(1+\frac{\lambda^2}{4}+\frac{\lambda^4}{64}+\frac{\lambda^6}{256}+\frac{25\lambda^8}{16384}+\frac{49\lambda^{10}}{65536}+.....\right)$$

Вториот начин за пресметување ги користи големата полуоска a и ексцентритетот ε. Во овој случај имаме:

$$L=2\pi a\left(1+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{-1}{2n-1}\right)\cdot\left[\frac{2n!}{2^n n}\right]^2\cdot\varepsilon^{2n}\right)$$

$$L=2\pi a\left(1-\frac{1}{4}\varepsilon^2-\frac{3}{64}\varepsilon^4-\frac{5}{256}\varepsilon^6-\frac{175}{16384}\varepsilon^8-\frac{441}{65536}\varepsilon^{10}-.....\right)$$

Доколку го поделиме полиномот $(64-3\lambda^4)$ со $(64-16\lambda^2)$ добиваме:

$$(64-3\lambda^4):\left(64-16\lambda^2\right)=1+\frac{1}{4}\lambda^2+\frac{1}{64}\lambda^4+\frac{1}{256}\lambda^6+\frac{1}{261024}\lambda^8+.....$$

Доколку ги споредиме првите неколку членови од добиениот резултат при делењето на полиномите со првите неколку членови од бесконечниот ред од првиот метод за точно пресметување, ќе согледаме дека првите четири се совпаѓаат.

Според тоа може да изведеме уште една формула за пресметување на периметер на елипса:

$$L = \pi\left(a+b\right)\cdot\frac{64-3\lambda^4}{64-16\lambda^2} \quad \text{...(14)}$$

Пресметување на периметар на елипси со користење на сите четиринаесет формули и споредба на добиените резултати со точната вредност на периметарот пресметана во Mathematica 4.0 пакетот.

Случај 1

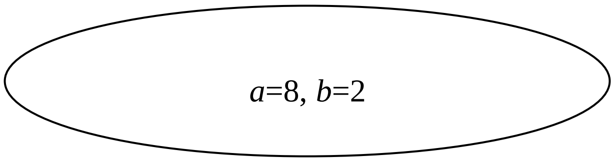
Ynot константа=1,534928536

b/a=0,25

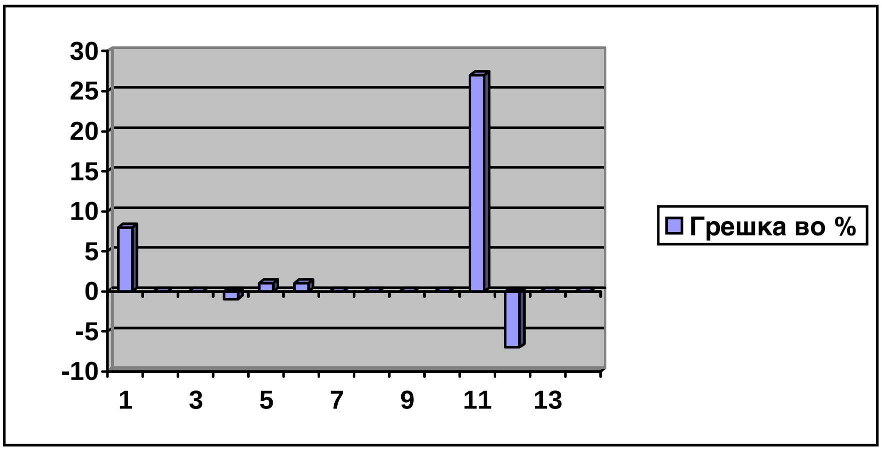
H_p=4,828576

ε=0,968245837 h=11

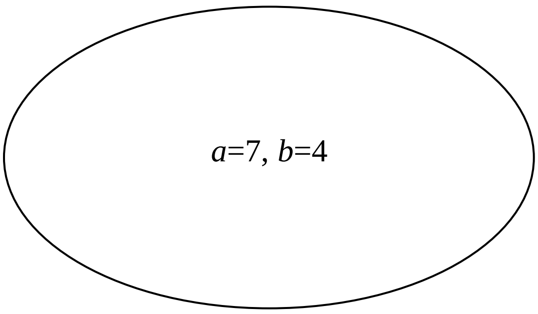
Точна вредност L=34,3137



Равенка	1	2	3	4	5	6	7
Периметар	31,4159	34,3125	34,3481	34,5575	34,0264	34,1264	34,3100
Равенка	8	9	10	11	12	13	14
Периметар	34,3137	34,3133	34,4339	25,1327	36,6370	34,2519	34,3133



Случај 2



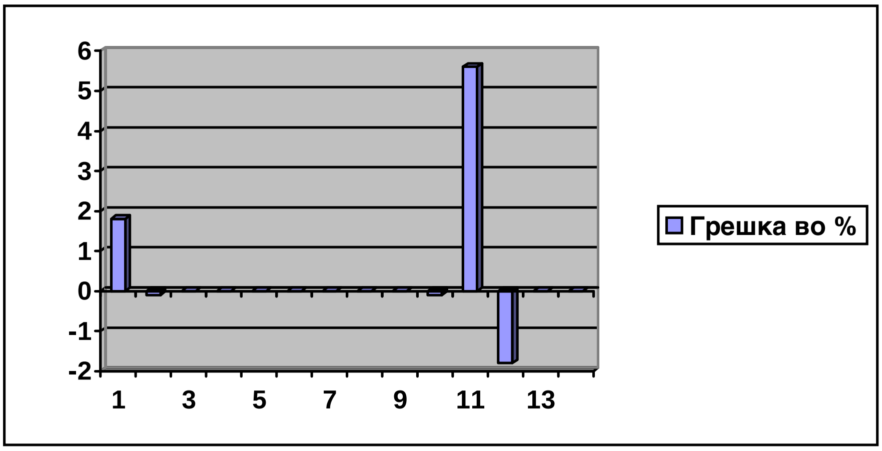
λ=0,272727

Ynot константа=1,534928536

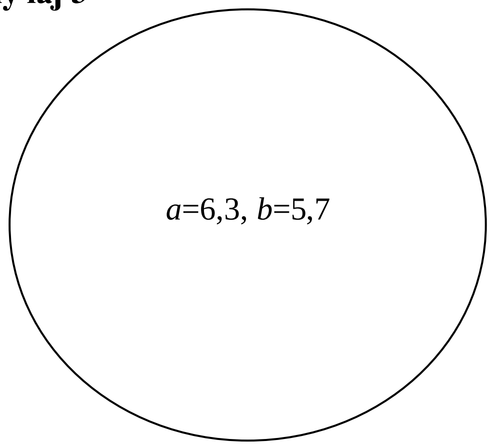
b/a=0, 571428571, H_p=5,463654 Точна вредност L=35,2032

ε=0,820651807, h=0,07438

Равенка	1	2	3	4	5	6	7
Периметар	34,5575	35,2487	35,1858	35,2125	35,1886	35,1943	35,2031
Равенка	8	9	10	11	12	13	14
Периметар	35,2032	35,2032	35,2443	33,2475	35,8197	35,2002	35,2032



Случај 3



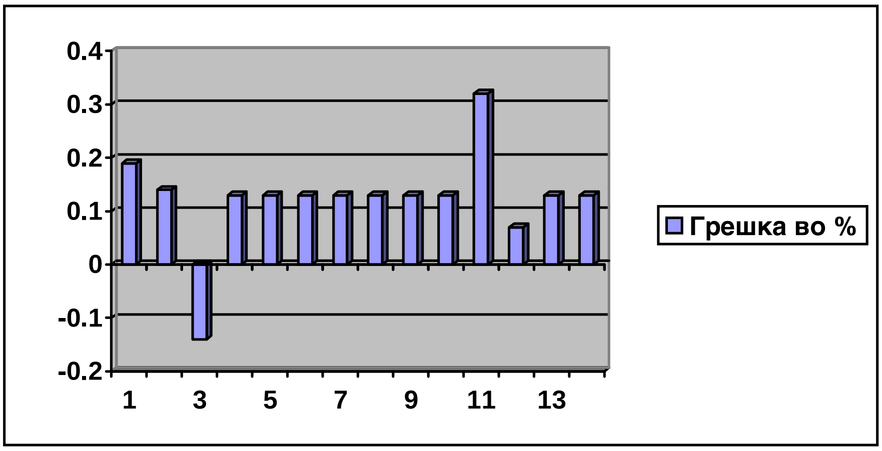
λ=0,05 Ynot константа=1,534928536

b/a=0,904761905, H_p=5,998687

ε=0,42591771, h=0,0025

Точна вредност L=37,7727

Равенка	1	2	3	4	5	6	7
Периметар	37,6991	37,7180	37,8248	37,7227	37,7227	37,7227	37,7227
Равенка	8	9	10	11	12	13	14
Периметар	37,7227	37,7227	37,7243	37,6520	37,7462	37,7227	37,7227



Случај 4

a=11, b=1

λ=0,833333

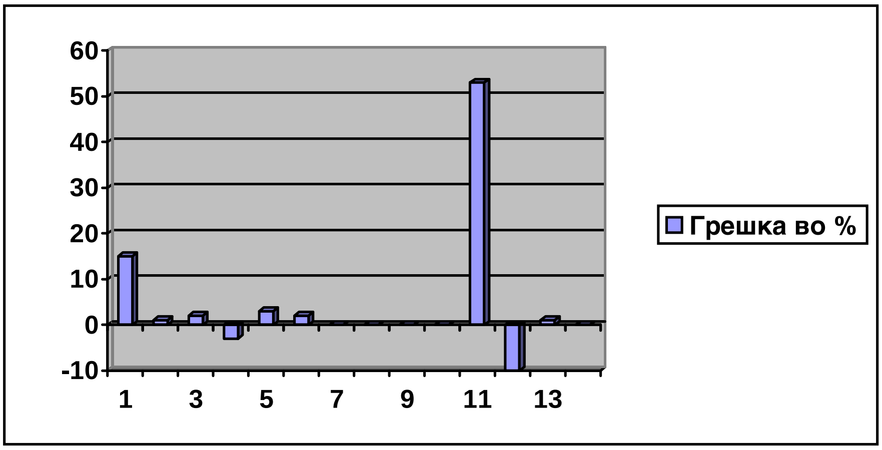
Ynot константа=1,534928536

b/a=0,090909091, H_p=5,555415

ε=0,995859195, h=0,694444

Точна вредност L=44,5987

Равенка	1	2	3	4	5	6	7
Периметар	37,6991	44,0326	43,5634	46,1292	43,3862	43,7573	44,5559
Равенка	8	9	10	11	12	13	14
Периметар	44,5980	44,5878	44,7195	20,8390	49,0732	44,3318	44,5878



Дискусија

Поставениот проблем дека пресметувањето на периметарот на елипсата може да се врши со повеќе видови формули и дека од видот на формулата и избраните a и b за елипсата, зависи точноста на пресметката, се испита со предвидените методи и техники на истражувањето.

Во истражувањето се употребија методологиите на анализа и споредба. Имено, при употребата на методологијата на анализа, се тргна од анализите на првичните поставени формули за пресметување на периметарот на елипсата. Понатаму, споредбената методологија доведе до изведување на резултатите за висината на грешката, споредбено од случај во случај и од формула до формула.

Анализа на добиените резултати во четирите случаи:

Во Случајот 1, каде се пресметува периметар на елипса со a=8 и b=2, со помош на сите четиринаесет формули, од дијаграмот јасно се гледа дека повеќето формули даваат резултати кои минимално отстапуваат од точниот резултат (пресметан во Mathematica 4.0), освен формулата (1), Кеплеровата формула и формулата на Ојлер кои навистина даваат резултати што многу отстапуваат од точната вредност.

Во Случајот 2, каде се пресметува периметар на елипса со a=7 и b=4, како што се гледа од дијаграмот формулите даваат резултати без поголеми отстапувања. Единствено, повторно, формулата (1), Кеплеровата и Ојлеровата формула даваат позабележителни отстапувања од точната вредност на периметарот.

Во Случајот 3, каде се пресметува периметар на елипса со a=6,3 и b=5,7, се забележува дека сите поставени формули даваат приближно ист резултат со минимални отстапувања во однос на точната вредност на периметарот на избраната елипса.

Во Случајот 4, каде се пресметува периметар на елипса со a=11 и b=1 (издолжена елипса), има различни отстапувања од точната вредност. Двете равенки на Раманујан даваат приближно ист резултат. Големи отстапувања има повторно кај формулата (1), кај Кеплеровата и Ојлеровата формула.

Заклучок

По поставување на хипотезата, определување на методите и техниките на истражувањето и изведување на самото истражување, можеме да ја потврдиме поставената хипотеза: "Пресметување на периметарот на елипсата може да се врши со повеќе видови формули. Точноста на резултатите кои се добиваат со користењето на тие формули зависи од нумеричкиот ексцентрицитет на елипсата, односно од должините на малата и големата полуоска на елипсата чиј периметар го пресметуваме".

Литература:

1. Миладиновиќ Б. Петрески Н., (2003) "Математика за III година, гимназиско образование", Скопје, АЛБИ
2. "Inequalities for the Perimeter of an Elipse" http://www.math.ttu.edu/~pearce/papers/schov.pdf
3. "Final answers – perimeter of an elipse" http://home.att.net/~numericana/answer/ellipse.html
4. "Elliptic integrals, Complete elliptic Integrals" http://www.efunda.com/math/elliptic/elliptic.cfm
5. YNOT formula http://users.pandora.be/ronald.rousseau/html/perimeter formula.html
6. Circumference of an Ellipse – dr Math http://mathforum.org/dr.math/fag/formulas/fag.ellipse.circumference.html
7. Xah-Elipse http://www.xahlee.org/SpecialPlaneCurves dir/Ellipse dir/ellipse.html
8. Ellipse perimeter by Richard Miller http://www.mathforum.org/epigone/sci.math/sumbrabo/yykok2gw4ik8@forum. mathforum.com
9. Extreme perfekt approximation of ellipse perimeter by David WCentrell http://www.mathforum/epigone/sci.math/sumbrabo/ghp6o0$7tu$1@nn2p1.deja.com
10. Eaditional properties of Ellipses http://www.geomm.umn.edu/docs/reference/CRC-formulas/node30.html
11. "ENCYCLOPEDIA Britannica" Deluxe Edition; Britannica 2003
12. http://en.wikipedia.org/wiki/Ellipse
13. http://www.mathopenref.com/ellipse.html
14. http://home.att.net/~numericana/answer/ellipse.htm
15. http://www.do-xl.com/ellipse/ellipse.php?search=ellipse%20perimeter

(скица)

Презентацијата трае 20 минути. Усното елаборирање на проектната задача трае 15 минути, а 5 минути се оставени за прашањата од комисијата.

Усната презентација ќе биде поткрепена со писмен дел изработен компјутерски, на програмата „Payerpoint”. Покрај компјутерот и соодветната компјутерска програма, од другите технички помагала за презентацијата се користи и видеобим / прожектор:

- се презентира проблемот, актуелноста на проблемот (2 минути);
- се поставува хипотезата (1 минута);
- се презентира планот на спроведеното истражување (3 минути);
- се презентираат методите и техниките на истражувањето (2 минути);
- се објаснуваат резултатите од истражувањето, поддржани од табели и дијаграми (5 минути);
- се изведува заклучок (2 минути).

По извршената презентација, комисијата поставува прашање во врска со предметното истражување.

Комисијата се изјаснува по однос на изведеното истражување и одговорите на поставените прашања.