(1) $p_1, p_2 \geq 5$

$6 \mid p_1 + p_2 \Rightarrow y$

T: $1^{p_1p_2+1} + 2^{p_1p_2+2} + 3^{p_1p_2+3} + \dots + 6^{p_1p_2+6}$ е сложен

Нека $p_1 = 6m+1 \quad p_2 = 6n+5$ (од услов)

Со замена во T: добиваме

$1^{(6m+1)(6n+5)+1} = 1^{36mn+30m+6n+5+1} = 1^{6\overbrace{(6mn+5m+n+1)}^{y}}$

$\equiv 1 \pmod 7 \quad \dots (1)$

$2^{6y+1} = (2^6)^y \cdot 2 \equiv 1^y \cdot 2 \equiv 2 \pmod 7 \quad \dots (2)$

$y \equiv 2 \pmod 7$

$3^{6y+2} \equiv 1 \cdot \cancel{9} \equiv 2 \pmod 7 \quad \dots (3)$

$4^{6y+3} \equiv 1 \cdot 1 \equiv 1 \pmod 7 \quad \dots (4)$

$5^{6y+4} \equiv 1 \cdot 2 \equiv 2 \pmod 7 \quad \dots (5)$

$6^{6y+5} \equiv 1 \cdot 6 \equiv 6 \pmod 7 \quad \dots (6)$

Со собирање на (1), (2), (3), (4), (5), (6) добиваме $0 \pmod 7$ што значи збирот е делив со 7 односно е сложен број ■

② У: $x^2+y^2+z^2=9$

Т: $2(x+y+z)-xyz \le 10$

од условот добиваме:

Нека $x \ge y \ge z$ (без губење на општоста)

според неравенство на Чебишев добиваме:

$$9 = x^2+y^2+z^2 \ge \frac{(x+y+z)}{3}(x+y+z) = \frac{(x+y+z)^2}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9 \ge \frac{(x+y+z)^2}{3}$$

$$3\sqrt{3} \ge x+y+z \quad (1)$$

$$x+y+z \ge 3\sqrt[3]{xyz} \quad (2)$$

AM ≥ GM

$\Rightarrow$ ако ги собереме (1) и (2) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{3}\sqrt{3} \ge \cancel{3}\sqrt[3]{xyz}$ со степенување на 6-ти степен

$$\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^6 \ge \left((xyz)^{\frac{1}{3}}\right)^6$$

$$3^3 \ge (xyz)^2$$

$$\boxed{3\sqrt{3} \ge xyz} \quad (3)$$

со замена на (1) и (3) во Т: добиваме

$$2(3\sqrt{3}) - 3\sqrt{3} \le 10$$

$3\sqrt{3} \le 10$ што е секогаш точно