ЗАДАЧИ

1. Да се напишат првите четири члена од низата:

а) $a_n = \dfrac{2n-1}{3n}$ б) $a_n = \dfrac{(-1)^{n-1}}{2^n}$ в) $a_n = \begin{cases} -n^2, & \text{непарен број} \\ -1, & \text{парен број} \end{cases}$

2. Знаејќи ги првите неколку члена на низата, напиши еден од можните изрази на општ член:

а) $\dfrac{2}{3}, \dfrac{4}{5}, \dfrac{8}{7}, \dfrac{16}{9}, \ldots\ldots$ б) $\dfrac{3}{4}, -\dfrac{6}{7}, \dfrac{9}{10}, -\dfrac{12}{13}, \ldots\ldots$

в) $0, 3, 8, 15, 24, 35, \ldots\ldots$

3. Да се испита монотоноста на низата:

а) $a_n = 1 + \dfrac{1}{n}$ б) $a_n = \dfrac{n-1}{n+3}$ в) $a_n = \dfrac{1}{2^n}$

4. Да се испита ограниченоста на низата:

а) $a_n = n^2 - 1$ б) $a_n = \dfrac{2}{n}$ в) $a_n = (-1)^n \cdot n$

5. Да се пресмета граничната вредност на низата:

а) $a_n = 1 + 3^n$ б) $a_n = -\dfrac{2n^2 + 3n}{n^3 - 1}$

в) $a_n = \dfrac{(2n-3)(3n+1)}{n(5n-4)}$ г) $a_n = -\dfrac{\sqrt{n^2 + 2n - 7}}{2n+3}$

д) $a_n = \dfrac{n^3}{n^2+2} - \dfrac{n^2}{n-1}$ ѓ) $a_n = -\dfrac{3^n - 2^{n-1}}{2^{n+1} - 3^{n+1}}$

6. Да се испита конвергенцијата на редот:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2-1}{2n^2+1} \right)^n$

7. Одреди ги првите пет члена од аритметичката прогресија $a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots\ a_n,\ \ldots$ ако $a_1 = 3$, $a_5 = -1$.

8. Производство во месец април е 2 000 kg, а во месец јули 2 900 kg. Ако производството се одвивало по една аритметичка прогресија, тогаш да се пресмета: а) просечното месечно зголемување на производството, б) колку вкупно е произведено во таа година, в) колку е произведено во месец декември и г) за колку месеци ќе се оствари вкупно производство од 79 000 kg ?

9. Вредноста на една машина се намалува секоја година по принцип на аритметичка прогресија. Периодот во кој вредноста на машината ќе се намали на нула се нарекува период на амортизација. Да се пресмета периодот на амортизација на таа машина, ако е познато дека нејзината вредност на крајот на 15 години е двапати помала отколку што била на крајот од првите 8 години ?

10. Собрана е парична помош за 30 семејства настрадани од поплава, поделбата ќе се врши така што најмногу загрозеното семејство да добие 100 000 ден., а секое наредно да добие 3 000 ден. помалку од претходното семејство. Да се пресмета: а) износот на собраната парична помош и б) колку добило најмалку загрозеното семејство ?

11. Во Р.О. "XX" во првите три месеци се произведени 360 t од некој производ, додека производот од оствареното производство во првиот и вториот месец изнесува 13 200 t. Ако производството се одвивало по принцип на аритметичка прогресија која расте, тогаш да се пресмета: а) произведената количина во првото и второто полугодие во годината, б) во кој месец се произведени 220 t и в) за колку месеци е остварено производство од 1 760 t ?

12. Да се определи седмиод член од геометриската прогресија чиј збир на првите шест члена е 728 и има количник q=3.

13. Вредноста на една машина била 63 000 ден. Ако за 8 години вредноста на машината е намалена за 15 662 ден., тогаш колкав е процентот на годишното намалување на вредноста на машината, кој се врши на крајот од секоја година од вредноста што е на почетокот на годината ?

14. Во првиот месец се произведени 2 000 kg, во вториот 2 500 kg и во третиот месец 3 125 kg. Ако во наредните месеци производството го задржало истото темпо на пораст, тогаш да се пресмета: а) вкупното производство за 20 месеци и б) колку ќе биде произведено во 20-тиот месец ?

15. Трошоците на работењето во месец април изнесувале 83 060 ден., а во месец септември 60 960 ден. Трошоците од месец во месец се намалувале по принцип на геометриска прогресија. Да се пресмета: а) процентот на месечното намалување на трошоците, б) износот на трошоците во месец декември и в) вкупните трошоци за таа година ?

16. Некое претпријатие треба да склучи договор со еден од производителите А и В за производство на 48 240 kg од некоја стока. Претпријатието А сега произведува 2 000 kg неделно, и секоја наредна недела го зголемува производството за 80 kg. Претпријатието В сега произведува 1 776,5 kg неделно и секоја наредна недела во однос на изминатата го зголемува производството за 8%. Да се пресмета за колку недели целокупното производство ќе го оствари претпријатието А, а за колку претпријатието В со цел да се реши со кого ќе се склучи договорот ?

17. Дадена е функцијата $f(x) = 2^{x-1}$. Да се пресмета: $f(0)$, $f(1)$, $f(x+1) \cdot f(x-1)$.

18. Да се најде дефиниционата област на функцијата:

а) $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$ б) $f(x) = \dfrac{23x^2}{x^2 - 2}$ в) $f(x) = \ln\left(\dfrac{1-x}{1-x^2}\right)$

19. Да се определи $f(x) = ax^2 + bx + c$, ако $f(0) = 2$, $f(1) = 0$, $f(-1) = 6$.

20. Дадената функција претстави ја експлицитно: $f(x+1)=\dfrac{x^2+4x+3}{x+1}$

21. Дали се еднакви дадените функции:

а) $f(x)=\dfrac{x}{x},\quad g(x)=1$ б) $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2+1},\quad g(x)=1$

22. Да се испита парноста на функцијата:

а) $f(x)=2+3x-x^2$ б) $f(x)=\dfrac{7}{4+|x|}$ в) $f(x)=x\cdot e^{-x^2}$

23. Да се најде периодот на функцијата:

а) $f(x)=x+\sin x$ б) $f(x)=\begin{cases}0, & x\neq 12k\\ 9000, & x=12k\end{cases},\quad к\in Z$

24. Да се определи инверзната функција на функцијата:

а) $f(x)=5x+2$ б) $f(x)=2x-1,\ x\in(-1,\infty)$ в) $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1},\ x\neq 1$

25. Да се најде композицијата $g\circ f,\ f\circ g$ за функциите:

а) $f(x)=5x+2,\quad g(x)=\dfrac{x-2}{5}$ б) $f(x)=e^x,\quad g(x)=x^2$

26. Да се пресмета граничната вредност:

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+1}{x+1}$ б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{x^2-3x+2}$

в) $\lim\limits_{x\to -\infty} x\cdot e^{-x^2}$ г) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+5}-\sqrt{x}}{x}$

д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+5x}{3x}$ ѓ) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2}{x^2-1}$

27. Да се определат асимптотите на функцијата:

а) $f(x)=\frac{x}{x-1}$ б) $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$ в) $f(x)=e^{-x^2}+2$

28. Да се определи првиот извод на функцијата:

а) $f(x)=\frac{2}{3}x^3-2x+3$ б) $f(x)=\cos x\cdot e^{\sin x}$

в) $f(x)=e^{-x^2}+2\frac{x}{\sqrt{x+1}}$ г) $f(x)=\sqrt{e^{2x}}$

д) $f(x)=\ln(\sin x)$ ѓ) $f(x)=\frac{\cos x}{x^2-1}$

29. Со помош на Лопиталовото правило да се определи граничната вредност:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x^3}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{\sin 3x}$

30. $x=y+\ln y^2$ Да се определи y'_x

31. $x\cdot\ln y-e^{y\cdot x}$ Да се определи y'_x

32. Да се определи третиот извод на функцијата $f(x)=e^{-x^2}$

33. Да се определи функцијата $f(x)=ax^2+bx+c$, ако $f(-1)=-6$, $f'(0)=3$, $f''(x)=-4$,.

34. Да се определат екстремните вредности и интервалите на монотоност за функцијата $f(x)=\frac{x^2-3}{x-2}$

35. Да се определат превојните точки и интервалите на конвексност и на конкавност за функцијата $f(x)=x^3+x^2-x-1$

36. Да се испита текот и да се скицира графикот на функцијата:

а) $f(x)=\frac{1}{1+x}$ б) $f(x)=x-\frac{1}{x}$ в) $f(x)=(x-2)e^{x}$

г) $f(x)=\frac{1-x}{x+2}$ д) $f(x)=\frac{x^{2}}{1+x}$

37. Да се пресметат интегралите:

а) $\int(5x-3\cdot e^{x})dx$ б) $\int 2^{x}\cdot 5^{x}dx$ в) $\int x\cdot\cos x dx$

г) $\int\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$ д) $\int x^{2}\cdot e^{x}dx$ ѓ) $\int x\cdot\sqrt{x^{2}+2}dx$

38. Ако маргиналниот приход е даден во облик $MR=5x-3$, да се определи функцијата на вкупниот приход од производи и продажбата на 200 производи.

39. Без да се пресметуваат определените интеграли, да се определи кој е поголем.

$$\int_{0}^{1}e^{x}dx \qquad \text{или} \qquad \int_{0}^{1}e^{x^{2}}dx$$